

가제어성 극하기. (controllability) 높이기

정의: Controllability matrix가 full rank를 가지는 시스템이다.

$$\text{Controllability Matrix} = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots]$$

유도하는 동영상이 Chapter 7. (3)가 있음.

T 는 orthogonal matrix이다.

$$T^{-1} = T^T$$

시스템이 $\dot{x} = Ax + Bu$ $y = Cx$ 라고 한다면

$$x = Tz \Rightarrow T \text{가 주어진} \rightarrow T = \begin{bmatrix} | & | & | \\ t_1 & t_2 & t_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = T\dot{z} = ATz + Bu$$

3x3 각각의 벡터 3개를
선택

$$\dot{z} = \underbrace{T^{-1}AT}_{\text{새로운 matrix} = \bar{A}} z + \underbrace{T^{-1}B}_{\bar{B}} u$$

$$\bar{A}T = AT \text{ 옳는 } \bar{A}T^{-1} = T^{-1}A \quad \bar{B} = T^{-1}B = T^TB$$

$$AT^T = T^TA$$

이렇게 주어진 시스템을 위와 같은 T^{-1} 이 곱해지면

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{A} = A_c \text{ 일 때 } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = T^TB$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \neq 0 & 0 \\ 0 & \neq 0 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -t_1^T \\ -t_2^T \\ -t_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T^T \end{bmatrix}^T A = \begin{bmatrix} t_1^T A \\ t_2^T A \\ t_3^T A \end{bmatrix}$$

~~$$t_1^T = t_1^T A \quad t_2^T = t_2^T A$$~~

$$t_2^T = t_1^T A \quad t_3^T = t_2^T A = t_1^T A^2$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1^T B \\ t_2^T B \\ t_3^T B \end{bmatrix} \quad \cancel{t_1^T B = 0}$$

$$t_3^T B = 1 = t_1^T A^2 B = 1 \quad t_1^T B = 0 \quad t_2^T B = 0$$

$$t_2^T B = 0 = t_1^T A B = 0$$

$$t_1^T B = 0 = t_1^T B$$

$$t_1^T [B \quad AB \quad A^2B] = [0 \quad 0 \quad 1]$$

$$t_1^T = \underbrace{[B \quad AB \quad A^2B]}_{\text{Controlability Matrix}}^{-1} [0 \quad 0 \quad 1]$$

Controlability Matrix