

# 게이지 팩터(Gauge Factor) 유도 과정

작성자: 대원

December 31, 2025

## 1 게이지 팩터의 정의

게이지 팩터(GF)는 변형률(스트레인)에 따른 저항 변화율을 나타내며 다음과 같이 정의된다:

$$GF = \frac{\Delta R/R}{\epsilon} \quad (1)$$

여기서,

- $\Delta R$  : 저항의 변화량
- $R$  : 초기 저항값
- $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$  : 변형률

## 2 포아송 비(Poisson's Ratio)의 정의

포아송 비  $\mu$ 는 축방향 변형률과 횡방향 변형률의 관계를 나타내며 다음과 같이 정의된다:

$$\mu = -\frac{\epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\parallel}} \quad (2)$$

여기서,

- $\epsilon_{\parallel} = \frac{\Delta L}{L}$  : 길이 방향 변형률
- $\epsilon_{\perp} = \frac{\Delta d}{d}$  : 횡방향 변형률

즉, 재료가 길이 방향으로 늘어나면 횡방향으로 줄어드는 비율을 나타내는 값이다.

### 3 저항의 일반식

저항은 다음과 같이 표현된다:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (3)$$

여기서,

- $\rho$  : 고유 저항(resistivity)
- $L$  : 도선의 길이
- $A$  : 도선의 단면적

### 4 로그 미분을 통한 상대 변화율 계산

저항의 상대 변화율을 구하기 위해 로그를 취한다:

$$\ln R = \ln \rho + \ln L - \ln A \quad (4)$$

양변을 미분하면:

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} \quad (5)$$

따라서 상대 변화율은 다음과 같이 표현된다:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} \quad (6)$$

### 5 단면적 변화율과 푸아송 비

단면적  $A$ 는 폭  $w$ 와 높이  $h$ 의 곱으로 표현된다:

$$A = wh \quad (7)$$

따라서 단면적 변화율은:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta w}{w} + \frac{\Delta h}{h} \quad (8)$$

푸아송 비  $\mu$ 의 정의에 따르면:

$$\frac{\Delta w}{w} = -\mu\epsilon, \quad \frac{\Delta h}{h} = -\mu\epsilon \quad (9)$$

이를 합치면:

$$\frac{\Delta A}{A} = -2\mu\epsilon \quad (10)$$

따라서,

$$-\frac{\Delta A}{A} = 2\mu\epsilon \quad (11)$$

## 6 최종 정리

위 결과를 다시 넣으면:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + (1 + 2\mu)\epsilon \quad (12)$$

따라서 게이지 팩터는:

$$GF = (1 + 2\mu) + \frac{\Delta \rho / \rho}{\epsilon} \quad (13)$$

## 7 결론

게이지 팩터는 기하학적 효과  $(1 + 2\mu)$ 와 재료의 고유 저항 변화  $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ 를 모두 포함하는 식으로 유도된다. 로그 미분을 통해 상대 변화율을 손쉽게 계산할 수 있으며, 이는 곱셈/나눗셈 관계를 덧셈/뺄셈 형태로 단순화하는 강력한 도구임을 확인할 수 있다.