

고조파 전압의 수학적 예시와 평균 전력

1. 기본파 전력 전달

기본파 전압과 전류가 같은 주파수일 때:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t), \quad i(t) = I_m \sin(\omega t - \phi)$$

평균 전력은 다음과 같이 계산된다:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos \phi$$

따라서 기본파에서는 평균 전력이 존재한다.

2. 고조파 예시: 3차 고조파 전압

전압이 3차 고조파일 때:

$$v(t) = V_m \sin(3\omega t)$$

부하 전류가 기본파에만 반응한다고 가정하면:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \phi)$$

3. 순간 전력 계산

순간 전력은:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_m I_m \sin(3\omega t) \cdot \sin(\omega t - \phi)$$

삼각함수 곱-합 공식:

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$$

이를 적용하면:

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{V_m I_m}{2} [\cos(3\omega t - (\omega t - \phi)) - \cos(3\omega t + (\omega t - \phi))] \\ &= \frac{V_m I_m}{2} [\cos(2\omega t + \phi) - \cos(4\omega t - \phi)] \end{aligned}$$

4. 평균값 확인

- 첫 번째 항: $\cos(2\omega t + \phi) \rightarrow$ 평균값 = 0 - 두 번째 항: $\cos(4\omega t - \phi) \rightarrow$ 평균값 = 0
따라서:

$$P_{avg} = 0$$

5. 결론

- 기본파 전압 \times 기본파 전류 \rightarrow 평균 전력 $\neq 0 \rightarrow$ 유효전력 전달
- 고조파 전압 \times 기본파 전류 \rightarrow 평균 전력 = 0 \rightarrow 유효전력 전달 불가

즉, 고조파는 순간적으로 진동하는 전력을 만들지만, 한 주기 평균을 내면 전력 전달 효과가 사라진다.