회전 좌표계와 코리올리 가속도 요약

1. 기본 식

관성계에서의 가속도는 다음과 같이 표현된다:

$$a_I = a_R + 2\Omega \times v + \Omega \times (\Omega \times r) + \dot{\Omega} \times r$$

- a_I: 관성계에서 본 가속도
- a_R: 회전 좌표계에서 본 가속도
- Ω: 회전 좌표계 자체의 각속도 벡터 (크기 = ω, 방향 = 회전축)
- v: 회전 좌표계에서 본 속도 벡터
- r: 위치 벡터

2. 각 항의 의미

- a_R: 회전 좌표계에서 측정한 실제 가속도
- $2\Omega \times v$: 코리올리 가속도
- $\Omega \times (\Omega \times r)$: 원심 가속도
- $\dot{\Omega} \times r$: 회전 속도가 변할 때 생기는 추가 가속도

3. 코리올리 가속도

$$a_c = -2\Omega \times v$$

- 크기: $|a_c| = 2|\Omega||v| \sin\theta$
- 방향: Ω와 v의 벡터곱 방향
- 특징: 좌표계의 회전(Ω)과 물체의 속도(v)가 동시에 작용해야 발생

4. ω vs Ω

- ω: 스칼라 각속도 (크기만, rad/s)
- Ω: 벡터 각속도 (크기 + 회전축 방향)
- 관계: $\Omega = \omega\hat{n}$ ($\hat{n}$: 회전축 방향 단위벡터)

5. 속도 표현

- 스칼라식: $v = r\omega$
- 벡터식: $\vec{v} = \Omega \times r$
- 따라서 v가 벡터라면 ω도 벡터로 확장해 Ω로 표현해야 함

6. 직관적 의미

- Ω: 회전하는 좌표계 자체를 설명하는 벡터
- v: 그 좌표계 안에서 움직이는 물체의 속도
- 두 요소가 결합 $\rightarrow$ 코리올리 효과 발생
- 예시: 지구 대기 흐름이 북반구에서는 오른쪽, 남반구에서는 왼쪽으로 휘어짐

1. 예제 확인: 상황 설정

진동 자이로에서 다음과 같은 조건을 가정한다:

- 회전 좌표계의 각속도 벡터: $\vec{\Omega} = (0, 0, \omega)$ (z축 방향)
- 질량 M이 x축 방향으로 진동 $\rightarrow$ 속도 벡터: $\vec{v} = (v, 0, 0)$

2. 코리올리 가속도

코리올리 가속도는 다음과 같이 정의된다:

$$\vec{a}_c = -2\vec{\Omega} \times \vec{v}$$

벡터곱 계산:

$$\vec{\Omega} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & \omega \\ v & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0, \omega v, 0)$$

따라서:

$$\vec{a}_c = -2\vec{\Omega} \times \vec{v} = (0, -2\omega v, 0)$$

즉, 코리올리 가속도는 y축 음의 방향(왼쪽)으로 작용한다.

3. 물리적 해석

- $\vec{\Omega}$는 회전 좌표계 자체의 회전 방향을 나타냄
- $\vec{v}$는 그 좌표계 안에서 물체가 움직이는 속도
- 두 벡터의 벡터곱 $\vec{\Omega} \times \vec{v}$는 오른손 법칙에 따라 y축 양의 방향
- 하지만 코리올리 가속도는 $-2\vec{\Omega} \times \vec{v}$이므로 y축 음의 방향 $\rightarrow$ 왼쪽

4. 결론

회전 방향이 z축, 이동 방향이 x축일 때, 코리올리 힘은 y축 음의 방향(왼쪽)으로 작용한다. 이는 벡터곱의 성질과 오른손 법칙에 의해 결정된다.